

Solutions to Quiz 5

1. Cさんは参加者が全員で10人のパーティーに参加した。握手が交わされた後でCさんが参加者全員に握手した人数を聞くと、みな最低一人とは握手し、握手した人数はみな違うとのことだった。このとき、以下のことを説明してください。Ms C participated in a party with 10 people in all. Some of the people in the party shook hands with some of the others, and everybody shook hands at least once. After that Ms. C asked everyone with how many people they shook hands. She received different answers from everybody. Explain the following.

- (a) 丁度一人と握手した人が必ず一人いる。At least one of them shook hands with exactly one person.

Soln. 握手の可能性は、0人から9人だが、最低一人とは握手しているので、可能性は、1人から9人の9通り。Cさんが聞いたのが9人だから、これらの人数と握手した人が一人ずついることになる。従って、丁度1人と握手した人も必ず一人いる。 ■

Since everyone shook hands with at least once, the possibilities of numbers of people each participant shook hands with are 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Since all nine people Ms C asked answered different numbers, they must be 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 each. Therefore one of them shook hands with exactly one person. ■

- (b) 丁度一人と握手した人が握手したのは、最も多くの人と握手した人である。Those who shook hands with exactly one person shook hands with the person who shook hands with the most.

Soln. 上の考察から9人のひとと握手した人がいる。全員で10人だからこの人は自分以外全員と握手したことになる。したがって、この人が最も多くの人と握手した人で、かつ、1人としか握手しなかったひととも握手している。1人としか握手しなかったということは、この最も多くの人と握手した人とだけ握手したことになる。 ■

Since there is also a person who shook hands with 9 people, i.e. with all participants, those who shook hands with exactly one person must shook hands with this person who shook hands with the most. ■

- (c) Cさんは、奇数人のひとと握手した。Ms C shook hands with odd number of people.

Soln. Cさん以外の人が握手した人数は、1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9人である。それぞれの人が握手した人数の総数は、握手したペアの二倍だから、Cさんが握手した人数を x 人とする、 $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + x = 45 + x$ は偶数でなければならない。したがって、 x は奇数。[別解] 握手の定理によって、握手をした人数が奇数人のひとのかずは偶数人。Sさん以外で奇数人の人と握手したひとは、1, 3, 5, 7, 9人の人と握手した5人だから、Sさんも奇数人と握手したことになる。 ■

Let x be the number of people Ms C shook hands with. Since the rest of the people shook hand with 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 people, by the shakehands theorem, $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + x = 45 + x$ has to be even. Thus x is odd. ■

2. 119人受講生がいるクラスのレポート課題で何人かは提出しなかったが、全員がそれぞれ16人分のレポートを読み、各レポートは17人の人が読んだことが分かった。さて、提出しなかった人は何人か。Some students of a class with 119 students did not turn in a paper assignment. All students read 16 papers of their classmates and every paper was read by 17 students. How many students did not turn in the assignment? *Show work!!*

Soln. レポートを提出したひとの数を x 人とする。これは、レポートの数と同じ。したがって、読んだ人とその読んだレポートの組の数は、119人の受講生が、 x 個のレポートを読んだ(握手した)と考え、レポートが読まれた(握手した)数とも等しいから、 $119 \times 16 = 17 \times x$, したがって $x = 7 \times 16 = 112$. これより提出しなかった人の数は、7人となる。 ■

Let x be the number of students turned in their paper, which is equal the number of papers. Since 119 students read 16 papers and each paper was read by 17 students, $119 \times 16 = 17 \times x$. Thus $x = 112$. Therefore $7 = 119 - 112$ students did not turn in the assignment. ■