

Solutions to Quiz 7

1. 下のグラフはオイラーグラフではない。理由を簡単に説明せよ。 Explain that the bottom graph is not Eulerian.

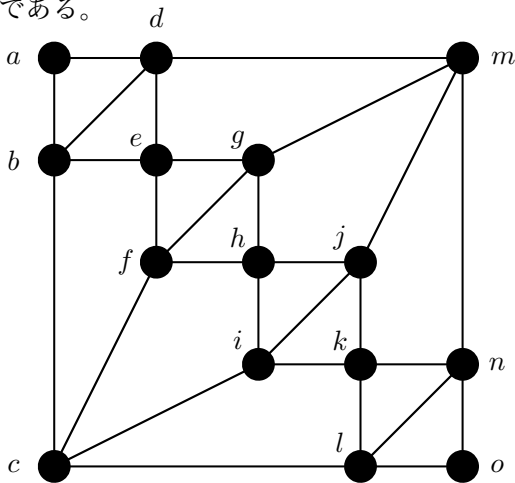
解: 頂点 b の次数は 3 である。Theorem 7.1 によりオイラーグラフの各頂点の次数は偶数であるから、このグラフはオイラーグラフではない。

2. 下のグラフに何本か辺を付け加えてオイラーグラフにしたい。最低で何本必要か。加える辺を記号で答えよ。たとえば、 a と e を辺とするなら、 $\{a, e\}$. How many edges does it need to make the graph Eulerian? Describe edges to add.

解: 次数が奇数の頂点は、 b, d, f, g, i, j, l, n したがって、4 本必要である。たとえば、

$$\{b, d\}, \{f, g\}, \{i, j\}, \{l, n\}$$

である。



3. 下のグラフはハミルトングラフではないことを、Theorem 7.3 を用いて説明せよ。 $S, \Delta, \omega(\Delta)$ が何であるかも明示し、ハミルトングラフではない理由を明記すること。 Show that the graph is not Hamiltonian by applying Theorem 7.3. Describe $S, \Delta,$ and $\omega(\Delta)$.

解: $S = \{c, e, h, k, m\}$ とし、これらの頂点を除いたグラフを Δ (右下のグラフ) とする。すると、 $\omega(\Delta) = 6 > 5 = |S|$ だから Theorem 7.3 よりこのグラフはハミルトングラフではない。■

別解: さらに、 a, o を除き、 $S = \{a, c, e, h, k, m, o\}$ としてもよい。このときは、 $\omega(\Delta) = 8$. ■

