

# Solutions to Quiz 5

1. S 夫人によると、最近夫と同伴でパーティーに出席したが、そこには、S 夫妻を含め 10 組の夫婦がおり、誰も自分の同伴者とは握手をせず、S 夫人以外は、皆異なる回数握手したという。このとき以下のことを説明せよ。(Ten couples including Mr. & Mrs. S participated in a party. Mrs. S found out that no one shook hands with one's spouse and everyone (besides Mrs. S) shook hands with different number of people. Explain the following.

- (a) S 夫人は、奇数回握手した。Mrs. S shook hands with odd number of people.

**解：**同伴者とは握手しないから握手の回数は最大で 18、最小で 0 の 19 通り。S 夫人以外の 19 人は異なる回数握手したから、これら 19 通りの回数握手した人が必ず一人ずつはいることになる。この中で奇数回握手した人（すなわち、1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17 回握手した人たち）は、全部で 9 人いる。Theorem 5.1 により奇数回握手した人は偶数人いないといけないので、この 19 人に含まれていない S 夫人の握手した回数は、奇数回である。

- (b) 18 人と握手した人が ただ一人 いる。There is exactly one who shook hands with 18 people.

**解：**前問の解答から、S 夫人以外に 18 人握手した人がひとりおり、S 夫人は、奇数回握手したのだから、ちょうど一人だけ、18 人と握手した人はいることになる。

- (c) 18 人と握手した人の配偶者はだれとも握手しなかった。The spouse of the one who shook hands with 18 people shook hands with nobody.

**解：**18 人と握手した人は、自分と自分の配偶者以外すべてと握手したことになる。しかし (a) よりだれとも握手しなかった人もいる。このひとは、18 人と握手した人とも握手しなかったのだから、その可能性のあるのは、この人の配偶者だけである。したがって、18 人と握手した人の配偶者はだれとも握手しなかった。

2.  $7 \times 7$  のチェス盤で Knight はすべてのマスを手度一回まわってもとのところに戻ることはできない。On  $7 \times 7$  size board, Knight cannot visit all places once and come back.

**解：**チェス盤を市松模様に白黒にぬると、一方が 25 マス、他方が 24 マスとなる。Knight は白から黒、黒から白へと移動するので、一周まわってもどるとすると、最後 49 番目の場所の色は、最初のマスの色と同じになる。そこで、49 番目のマスから最初のマスに戻ることができない。

**別解。**一周まわってもとに戻ることができるすると、順に番号を振り、それぞれ次のマス目に移動することができるはずである。しかし、一方の色は 25 あり、そこからもう一方の色のマスに移動することはできない。