

BCMM I : Midterm Exam

May 24, 2005

(各解答用紙に ID number と氏名を書くこと。)

1. P, Q, R を命題とする。二つの論理式 $P \Rightarrow (\neg(Q \wedge R))$, $R \Rightarrow (Q \Rightarrow (\neg P))$ が等値であるかどうか判定し、等値または等値でないことを証明せよ。

2. 集合 A, B, C について、

$$A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$$

は常に成り立つか。成り立つならばそれを証明し、常には成り立たないならば反例をあげよ。

3. 四つの元から成る集合 A を $A = \{a, b, c, d\}$ とおく。 R_1, R_2 をそれぞれ集合 A 上の関係とする (つまり直積集合 $A \times A$ の部分集合)。次の問いに答えよ。

- (a) $R_1 = \{(a, a), (b, b), (c, c), (d, d), (a, b), (b, a), (b, c), (c, b)\}$ のとき、 R_1 は同値関係になるか。同値関係になるならばそれを証明し、ならないならばその理由を述べよ。
- (b) R_2 を同値関係とする。 $\{(a, d), (a, b), (b, c)\} \subset R_2$ ならば $(c, d) \in R_2$ であることを証明せよ。

4. すべての整数 $n \geq 4$ について

$$n! > 2^n$$

であることを数学的帰納法を用いて証明せよ。

5. f を集合 X から集合 Y への写像とする。集合 A を $A \subseteq X$ とする。次の問いに答えよ：

- (a) $f^{-1}(f(A)) \supseteq A$ を証明せよ。
- (b) $f^{-1}(f(A)) \neq A$ となるような集合 $X, Y, A \subseteq X$ および X から Y への写像 f の例をあげよ。
- (c) f が単射ならば $f^{-1}(f(A)) = A$ となることを証明せよ。

6. A, B を集合とする。

- (a) A と B が対等であることの定義を述べよ。
- (b) 対等な集合 A, B で $A \subset B$ (したがって $A \neq B$) を満たすような A, B の例を挙げ、両者が対等であることを証明せよ。

Message : (掲載不可の人はそう書くこと) (a)BCMM Iのために(講義や演習を除いて)一週間に何時間くらい勉強していますか。日頃、時間のやりくりについて工夫していることはありますか。(b)Blackboard を利用していますか。どんなふうに活用していけばよいと思いますか。(c)ここまでの講義及び演習について。